

Série ES

France métropolitaine 22 juin 2011 : Corrigé

Exercice 1

1) $y = -2,89x + 102,59$

a) En 2012, $x = 12$ donc $y = -2,89 \times 12 + 102,59 = 67,91$

Donc l'indice de fréquence en 2012 serait de 67,91

b) En 2007, $y = 84$ et en 2012, $y = 67,91$ donc le pourcentage d'évolution entre 2007 et 2012 est de :

$$\frac{67,91 - 84}{84} \times 100 = -19,16 \%$$

2)

a)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z	4,608	4,594	4,517	4,494	4,728	4,447	4,481	4,381	4,331

b) $z = -0,0328x + 4,6383$

c) $\ln(y) = -0,0328x + 4,6383$ donc $y = e^{-0,0328x + 4,6383} = e^{4,6383} \times e^{-0,0328x}$

Donc $y = 103,4e^{-0,0328x}$

3) Pour atteindre l'objectif, il faut que l'indice de fréquence en 2012 soit de $0,75 \times 84 = 63$

Avec le premier modèle, $y = 67,91$, donc l'objectif n'est pas atteint.

Avec le second modèle, $y = 103,4e^{-0,0328 \times 12} = 69,76$, donc l'objectif n'est pas atteint non plus.

Exercice 2

1)



2)

a) $p(C \cap F) = p(C) \times p_C(F) = 0,12 \times 0,2 = 0,024$

b) $p(F) = p(C \cap F) + p(\bar{C} \cap F)$ d'après la loi des probabilités totales

Donc $p(F) = 0,024 + 0,88 \times 0,08 = 0,0944$

c) $p(C) \times p(F) = 0,12 \times 0,0944 = 0,0113 \neq 0,024$

Donc $p(F \cap C) \neq p(F) \times p(C)$ donc C et F ne sont pas indépendants.

3) $p(\bar{C} \cap \bar{F}) = p(\bar{C}) \times p_{\bar{C}}(\bar{F}) = 0,88 \times 0,92 = 0,8096 \neq 0,92$

Donc son affirmation n'est pas correcte, les vêtements n'ayant aucun défaut représentent environ 81 % des vêtements fabriqués et non 92 %.

4) La probabilité qu'aucun des 3 vêtements choisis ne comporte de défaut est de : $(0,8096)^3 = 0,53$

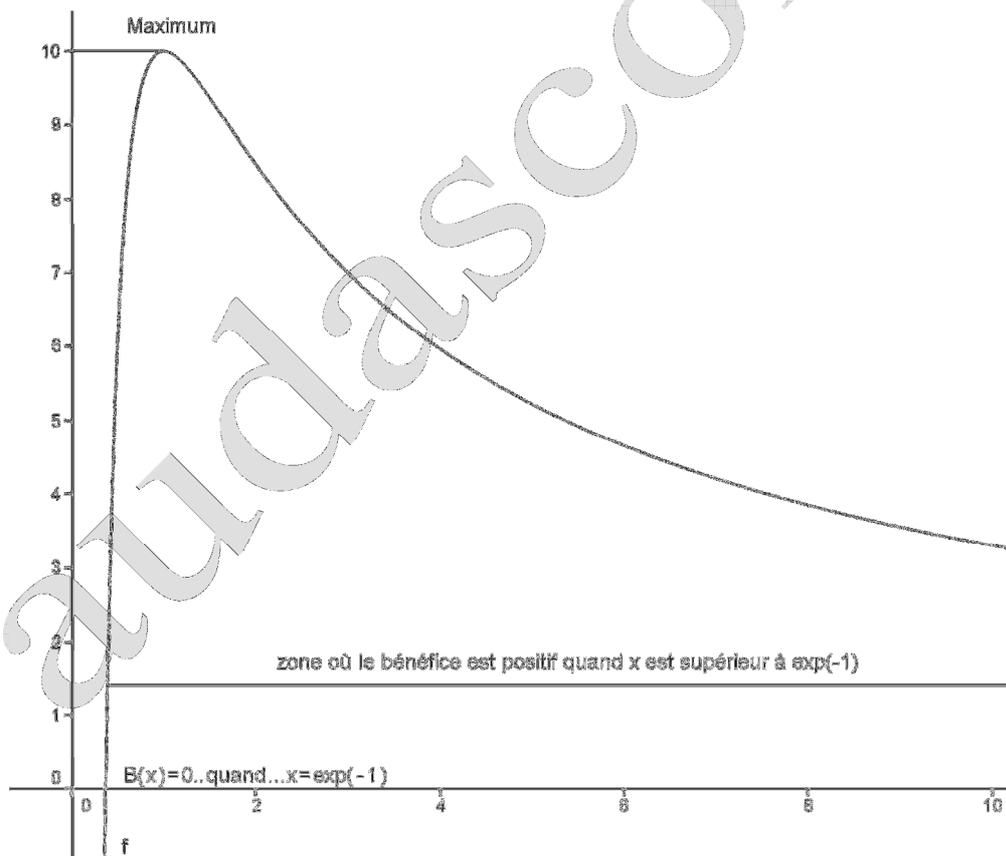
Exercice 3

- 1) C
- 2) B
- 3) B
- 4) A

Exercice 4

1)

a)



b) $B(x) = 0$ donne $10 \times \frac{1 + \ln(x)}{x} = 0$ soit $1 + \ln(x) = 0$ donc $\ln(x) = -1$ donc $x = e^{-1}$

Comme $e^{-1} = 0,37$ on peut conclure que pour la vente de 37 articles, l'entreprise réalise un bénéfice nul.

2)

a) $F(x) = 5 \ln(x) (\ln(x) + 2)$ en posant $u(x) = 5 \ln(x)$ et $v(x) = \ln(x) + 2$
on obtient $u'(x) = \frac{5}{x}$ et $v'(x) = \frac{1}{x}$

$$F = u \times v \text{ donc } F' = u' v + u v' \text{ donc } F'(x) = \frac{5(\ln(x) + 2)}{x} + \frac{5 \ln(x)}{x} = \frac{10 \ln(x) + 10}{x} = 10 \frac{\ln(x) + 1}{x} = B(x)$$

Donc F est une primitive de B sur $[0,1 ; 10]$

b) $\int_{0,5}^{1,5} B(x) dx = F(1,5) - F(0,5) = 4,877 - (-4,529) = 9,406$

c) Calculons $B'(x)$: en posant $u(x) = 10(1 + \ln(x))$ et $v(x) = x$

$$u'(x) = \frac{10}{x} \quad \text{et} \quad v'(x) = 1$$

$$B = \frac{u}{v} \text{ donc } B' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \text{ donc } B'(x) = \frac{10 - 10(1 + \ln(x))}{x^2} = -\frac{10 \ln(x)}{x^2}$$

$$x^2 > 0 \text{ Donc } B'(x) \text{ est du signe de } -10 \ln(x) \quad \text{donc } B'(x) \geq 0 \text{ sur } [0,1 ; 1] \\ \text{et } B'(x) \leq 0 \text{ sur } [1 ; 10]$$

Donc B est croissante jusqu'à $x = 1$ puis décroissante ensuite, donc B admet un maximum en $x = 1$.

Le bénéfice est donc maximal pour la vente de 100 objets.